

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

0368-2002

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצת 28 של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

שאלה 1

בישוב גרים 365 תושבים. יום ההולדת של כל תושב מתפלג אחיד על פני ימי השנה. ימי ההולדת של התושבים השונים הם ב"ת. מהי תוחלת מספר הימים בשנה שבהם אין יום הולדת לאף תושב?

- א. בין מאה ועשרים למאה וחמישים
 - ב. בין מאה למאה ועשרים
 - ג. פחות ממאה
 - ד. יותר ממאה וחמישים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 2

מחלקים באקראי ובאופן ב"ת מאה כדורים בין מאתיים תאים. מהי ההסתברות שלא יהיה תא שבו יותר מכדור אחד?

- א. גדולה משמונה עשיריות
 - ב. בין שש עשיריות לשמונה עשיריות
 - ג. בין ארבע עשיריות לשש עשיריות
 - ד. קטנה מארבע עשיריות
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 3

יהיו X ו- Y זוג משתנים ב"ת. נניח ש $X \sim \text{Bin}(3, 0.5)$ וש $Y \sim \exp(100)$. מהו $P(Y > X)$?

- א. בין אפס לאחד חלקי עשרים
 - ב. בין אחד חלקי עשרים לעשירית
 - ג. בין עשירית לחמישית
 - ד. בין חמישית לחצי
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 4

יהיו X, Y זוג משתנים מקריים שווי התפלגות וב"ת. נניח ש $X \sim U(0, 1)$ (אחיד רציף). מהו $P(X < Y^3)$?

- א. קטנה מעשירית
 - ב. בין תשיעית לשביעית
 - ג. בין חמישית לשליש
 - ד. אפס
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 5

בכל יום כל אחד משמונה אנשים מגריל מספר שמתפלג $U(0,5)$ (אחיד רציף). קבוצת תוצאות ההגרלות של כל האנשים בכל הימים היא ב"ת. יהי X מספר הימים עד וכולל היום שבו לפחות אחד האנשים יקבל תוצאה גדולה מארבע.

- א. המשתנה X הוא בעל התפלגות רציפה.
 - ב. המשתנה X הוא בעל התפלגות גיאומטרית.
 - ג. המשתנה X הוא בעל התפלגות בינומית שלילית אבל לא גיאומטרית.
 - ד. התוחלת של המשתנה X היא 1.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 6

בוחרים ללא החזרה מדגם של שני מספרים מתוך קבוצת המספרים $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. ההסתברות שמכפלת המספרים שבמדגם לא תהיה זוגית וגם לא תתחלק בשלוש היא

- א. קטנה משמינית
 - ב. בין שמינית לששית
 - ג. בין ששית לרבע
 - ד. בין רבע לשליש
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 7

טענה א': עבור כל משתנה היפרגאומטרי לא מנוון קיים משתנה בינומי כך שלשניהם יש אותה שונות.
טענה ב': עבור כל משתנה בינומי קיים משתנה היפרגאומטרי לא מנוון כך שלשניהם יש אותה שונות.

- א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ב. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.
 - ג. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 8

יהי $X \sim P(1)$. מהו $E(X|X > 0)$?

- א. אחד
 - ב. גדול מאחד אך קטן מאחד וחצי
 - ג. גדול מאחד וחצי אך קטן משתיים
 - ד. שתיים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 9

יהיו $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim \text{Bin}(3, 0.5)$. יש משתנים בסדרה שהם העתק של X_1 , ויש משתנים בסדרה שהם בלתי תלויים ב X_1 .

- א. החוק החלש בהכרח חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$.
- ב. החוק החלש בהכרח לא חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$.
- ג. החוק החלש חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ אם ורק אם רק מספר סופי של משתנים מהסדרה הם תלויים ב X_1 .
- ד. יתכן שיש מספר אין סופי של משתנים בסדרה שתלויים ב X_1 והחוק החלש חל על הסדרה, ויתכן שיש מספר אין סופי של משתנים בסדרה שתלויים ב X_1 והחוק החלש לא חל על הסדרה.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

מבצעים סדרת הטלות ב"ת של מטבע גדול עד קבלת תוצאת "עץ". יהי T משתנה מקרי שסופר את מספר ההטלות שבוצעו במטבע הגדול עד וכולל קבלת תוצאת "עץ". בשלב הבא יוצרים אוסף של מטבעות קטנים. מספר המטבעות הקטנים שבאוסף שווה לערך שקיבל המשתנה T . בכל אחד מהמטבעות הקטנים שבאוסף מבצעים סדרת הטלות עד וכולל הפעם שמתקבלת בו עצמו תוצאת "עץ". כל תוצאות ההטלות של המטבעות הקטנים הן ב"ת. נניח שבכל הטלה של המטבע הגדול מתקבלת תוצאת "עץ" בסיכוי a . נניח ש $0 < a < 1$. נניח שבכל הטלה של המטבעות הקטנים מתקבלת תוצאת "עץ" בסיכוי b . נניח ש $0 < b < 1$. יהי X משתנה מקרי שסופר את המספר הכולל של הטלות שמבוצעות במטבעות הקטנים.

- א. המשתנה X בהכרח מתפלג בינומית שלילית, אך לא בהכרח מתפלג גיאומטרית.
- ב. המשתנה X בהכרח מתפלג גיאומטרית.
- ג. המשתנה X מתפלג גיאומטרית אם ורק אם $a = b$.
- ד. המשתנה X מתפלג גיאומטרית אם ורק אם $a = b = 0.5$.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 11

(רק חברי קבוצה 28 של אנשי המילואים רשאים לענות על שאלה זו). כל אחד מתשעת משתתפי אירוע מגיע לאירוע עם מטריה. ביציאה מהאירוע כל אחד מהמשתתפים אוסף מטריה אקראית מבין המטריות, כך שכל אחת מ $9!$ החלוקות של המטריות בין המשתתפים היא שוות הסתברות. גלן הודל והונג מין סון הם שניים ממשתתפי האירוע. מהי השוונות המשותפת בין האינדיקטור שמציין את המאורע שגלן הודל אוסף את המטריה שלו, לבין האינדיקטור שמציין את המאורע שהונג מין סון אוסף את המטריה שלו ?