

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצת 28 של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

שאלה 1

אורכי שתי צלעות סמוכות של מלבן הן ב"ת. התפלגות אורך של כל צלע זהה להתפלגות תוצאת קוביה תקינה. מהי ההסתברות שהיקף המלבן הוא כפולה שלמה של 4 ?

- א. חצי
 - ב. רבע
 - ג. שלוש שמיניות
 - ד. שליש
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 2

כל אחד מארבעה משתנים מקריים ב"ת מתפלג אחיד רציף בקטע שבין 0 ל 1. מהי תוחלת סכום שלושת המשתנים שמקבלים את הערכים הנמוכים יותר מבין הארבעה (זאת אומרת סכום כולם חוץ מהמכסימלי) ?

- א. בין 1.45 ל 1.55
 - ב. בין 1.36 ל 1.44
 - ג. בין 1.26 ל 1.34
 - ד. בין 1.16 ל 1.24
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 3

כל אחד מארבעה משתנים מקריים ב"ת מתפלג אחיד רציף בקטע שבין 0 ל 1. מסכמים את הערכים של המשתנים שמקבלים ערך גדול מחצי (מתעלמים מתוצאות יתר המשתנים). מהי תוחלת הסכום שמתקבל ?

- א. בין שתיים וחצי לשלוש
 - ב. בין שתיים לשתיים וחצי
 - ג. בין אחד ושלושה רבעים לאחד ושבע שמיניות
 - ד. בין אחד ורבע לאחד וחמש שמיניות
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 4

מבצעים שלוש הטלות ב"ת של קוביה תקינה. מהי ההסתברות שנראה בדיוק שתי תוצאות שונות (זאת אומרת שתוצאה מסוימת תתקבל פעמיים ותוצאה אחרת פעם אחת) ?

- א. ארבע תשיעיות
 - ב. חמש חלקי שתיים עשרה
 - ג. חמש חלקי שמונה עשרה
 - ד. חצי
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 5

נתון מלבן ראשון. אורך המלבן הראשון הוא עשר ורוחבו אחד.
נתון מלבן שני שאורך צלעותיו הסמוכות הן ב"ת. למלבן השני צלע שאורכה מתפלג אחיד רציף בין 5 ל 15, וצלע אחרת שאורכה מתפלג מעריכית עם פרמטר 1.
ההסתברות שניתן למקם את המלבן הראשון כך שכולו יהיה בתוך המלבן השני, וצלעותיו תהיינה מקבילות לצלעות המלבן השני, היא:

- א. גדולה מחצי
 - ב. חצי
 - ג. גדולה משתי חמישיות וקטנה מחצי
 - ד. גדולה משלוש עשיריות וקטנה משתי חמישיות
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 6

למספר 6.7 יש חלק שלם ששווה ל 6, ויש לו חלק שברי ששווה ל 0.7.
המשתנה המקרי X יכול לקבל רק ערכים שגדולים או שווים ל 1. עבור כל ערך $x \geq 1$ מתקיים שפונקציית הצפיפות שלו שווה ל $\frac{2}{x^3}$.

- א. התוחלת של החלק השלם היא שתיים.
 - ב. התוחלת של החלק השברי קטנה מחצי, ואפשרות א' אינה נכונה.
 - ג. התוחלת של החלק השברי היא חצי, ואפשרות א' אינה נכונה.
 - ד. התוחלת של החלק השברי גדולה מחצי, ואפשרות א' אינה נכונה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 7

נתון גרף שלם פשוט ולא מכוון בעל חמישה צמתים. צובעים את כל אחת מקשתות הגרף בסיכוי שווה בכחול או בירוק, וזאת באופן ב"ת בצביעת הקשתות האחרות.
צומת יהיה בעל תכונה א' אם כל הקשתות שנוגעות בו תהיינה כחולות.
תוחלת מספר הצמתים בעלי תכונה א' היא

- א. גדולה מחצי
 - ב. בין תשע חלקי עשרים לחצי
 - ג. בין שליש לשתי חמישיות
 - ד. קטנה משליש
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 8

יהיו X ו- Y זוג משתנים מקריים בדידים שווי התפלגות.

טענה א': יתכן ש $P(X > Y) > 0.5$.

טענה ב': יתכן ש $E(X) > E(Y)$.

- א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ב. טענה א' נכונה וטענה ב' אינה נכונה.
 - ג. טענה א' אינה נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ד. טענה א' אינה נכונה וטענה ב' אינה נכונה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 9

נתונה קבוצה של ארבעה מאורעות. עבור כל אחד מארבעת המאורעות נגדיר אינדיקטור להתרחשות המאורע. יהי S משתנה מקרי שסופר את מספר המאורעות שמתרחשים. מתי בהכרח יש ל- S שונות ששווה לשונות של איזשהו משתנה שיכול לקבל רק את הערכים אפס ואחד?

- א. אם המאורעות הם זרים.
 - ב. אם המאורעות הם ב"ת בזוגות.
 - ג. אם $E(S) < 1$.
 - ד. אם לכל זוג אינדיקטורים יש שונות משותפת שלילית.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 10

נתונה סדרת משתנים $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$. נניח שעבור כל $n \geq 1$ מתקיים $V(X_{n+1}) > V(X_n)$.

טענה א': יתכן שהמשתנים בסדרה הם ב"ת ושהחוק החלש חל על הסדרה.

טענה ב': יתכן שהמשתנים בסדרה אינם ב"ת ושהחוק החלש חל על הסדרה.

- א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ב. טענה א' נכונה וטענה ב' אינה נכונה.
 - ג. טענה א' אינה נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ד. טענה א' אינה נכונה וטענה ב' אינה נכונה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 11 (רק חברי קבוצה 28 של אנשי המילואים רשאים לענות עליה).

תנו דוגמא לזוג משתנים מקריים תלויים X, Y המקיימים $Cov(X, Y) = 0$.
