

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 1-3.
מיקומה של נקודה מתפלג אחיד בתוך הריבוע שקודקודיו הם $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$.

שאלה 1

מהי תוחלת ריבוע המרחק של הנקודה מהקודקוד $(0,1)$?

- א. 1
- ב. שליש
- ג. חצי
- ד. שני שליש
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

a היא תוחלת מספר קודקודי הריבוע שמרחקם מהנקודה קטן מ 1.

- א. $a > 3.5$
- ב. $3 < a < 3.5$
- ג. $2.5 < a < 3$
- ד. $2 < a < 2.5$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

b היא תוחלת מספר קודקודי הריבוע שמרחקם מהנקודה גדול יותר מאשר מרחקם של בדיוק שני קודקודים אחרים מהנקודה.

- א. $b > 2.5$
- ב. $1.8 < b < 2.3$
- ג. $0.8 < b < 1.3$
- ד. $b < 0.8$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

מבצעים סדרת הטלות ב"ת של קוביה תקינה.
מהי תוחלת מספר ההטלות עד וכולל ההטלה שבה לראשונה מקבלים רצף של שתי תוצאות זהות ?

- א. 7
 - ב. 8
 - ג. 9
 - ד. 6
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 5

נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 3 כדורים כחולים ו 2 כדורים ירוקים. בכד השני יש 8 כדורים כחולים ו 6 כדורים ירוקים. בוחרים באקראי בסיכוי שווה באחד משני הכדים ומוציאים ממנו עם החזרה כדורים. עבור כל n טבעי נגדיר את A_n כמאורע ש n הכדורים הראשונים שהוצאו הם מאותו צבע.

- א. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_{n+1}|A_n) > 0.9$
ב. $0.8 < \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_{n+1}|A_n) < 0.9$
ג. $0.7 < \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_{n+1}|A_n) < 0.8$
ד. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_{n+1}|A_n) < 0.6$
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

יהי $X \sim \text{Bin}(n, p)$ כאשר n הוא מספר טבעי ו $0 < p < 1$.
יהי A המאורע ש X מקבל ערך זוגי. יהי B המאורע ש X מקבל ערך שהוא כפולה של 3.

- א. בהכרח מתקיים $P(A) > P(B)$, ובהכרח זוג המאורעות A ו B הם תלויים.
ב. יתכן שמתקיים $P(A) = P(B)$, אבל לא יתכן שמתקיים $P(A) < P(B)$.
ג. יתכן שמתקיים $P(A) < P(B)$.
ד. עבור $n = 6$ זוג המאורעות A ו B הם ב"ת.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

יהי $X \sim U[a, b]$ (אחיד בדיד כאשר a, b הם זוג מספרים שלמים שונים).
יהי A המאורע ש X מקבל ערך זוגי. יהי B המאורע ש X מקבל ערך שהוא כפולה של 3.

- א. בהכרח מתקיים $P(A) > P(B)$, ובהכרח זוג המאורעות A ו B הם תלויים.
ב. יתכן שמתקיים $P(A) = P(B)$, אבל לא יתכן שמתקיים $P(A) < P(B)$.
ג. יתכן שמתקיים $P(A) < P(B)$.
ד. אם $a = 1$ וגם $b = 3$ אז זוג המאורעות A ו B הם ב"ת.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

בכמה דרכים ניתן לממש משתנה אינדיקטורי בעל הסתברות 0.2 באמצעות מרחב מדגם סימטרי שבו 10 נקודות?

- א. 100
ב. 50
ג. 45
ד. 90
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים ב"ת. $Z \sim P(2)$, $Y \sim P(1)$, $X \sim G(0.5)$. (משתנה גיאומטרי ושני משתנים פואסונים).

עבור כל n טבעי נגדיר מאורע A_n כ $(X > n, Y > n, Z > n)$.

המאורע B הוא ששלושת המשתנים מקבלים את אותו ערך.

מהו $\lim_{n \rightarrow \infty} P(B|A_n)$?

א. 0

ב. 1

ג. 0.5

ד. קטן מ 0.5 אך גדול מ 0.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

תהי $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות. נניח שמתקיים $E(X_1) = 0$, $V(X_1) = 1$.

יהי $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$.

א. $\frac{S_n}{\sqrt{n}}$ שואף בהתפלגות למשתנה מקרי בדיד לא מנוון.

ב. $\frac{S_n}{\sqrt{n}}$ שואף בהתפלגות למשתנה מקרי רציף.

ג. $\frac{S_n}{\sqrt{n}}$ שואף בהסתברות 1 למשתנה המנוון שמקבל רק את הערך אפס.

ד. $\frac{S_n}{\sqrt{n}}$ שואף בהסתברות 1 למשתנה המנוון שמקבל רק את הערך אפס, אבל הוא לא שואף

בהסתברות 1 למשתנה המנוון שמקבל רק את הערך אפס.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.