

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

שאלה 1

אורך כל אחת משתי צלעות ניצבות של מלבן מתפלג $U(0,2)$ (אחיד רציף) באופן ב"ת אחת בשניה. מה היא שונות היקף המלבן?

- א. שני שלישי
- ב. ארבע שלישים
- ג. שמונה שלישים
- ד. שש עשרה שלישים
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 2 ו 3. מבצעים שלושה נסיונות. בניסוי הראשון הסתברות ההצלחה היא 0.5, בניסוי השני הסתברות ההצלחה היא 0.2, ובניסוי השלישי הסתברות ההצלחה היא 0.1.

שאלה 2

מה הוא הערך הכי גדול שיכולה להיות לשונות מספר ההצלחות הכולל בשלושת הנסיונות?

- א. 0.5
- ב. גדול מ 1
- ג. 0.96
- ד. 0.98
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

מה הוא הערך הכי קטן שיכולה להיות לשונות מספר ההצלחות הכולל בשלושת הנסיונות?

- א. 0.16
- ב. 0.18
- ג. 0.2
- ד. 0.5
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

נתונות 4 קוביות תקינות. אחת מהן היא ירוקה ושלושת האחרות הן כחולות. מטילים את כל אחת מהקוביות פעם אחת. תוצאות ההטלות הן בלתי תלויות. יהי Y משתנה מקרי שמייצג את מספר ההטלות של קוביות כחולות שבהן התקבלה תוצאה זהה לתוצאת ההטלה של הקוביה הירוקה.

- א. התוחלת של Y אינה בהכרח שווה ל 0.5.
- ב. יתכן שהסתברות המאורע שבכל ההטלות התקבלה תוצאה זהה היא אפס.
- ג. התוחלת של Y היא 0.5 ונימוק אפשרי לכך מתבסס על כך ש Y מתפלג בינומית.
- ד. ניתן לחשב את התוחלת של Y כסכום תוחלות של אינדיקטורים, אבל כל יתר הטענות לא נכונות.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 5

X, Y הם שני משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim G(0.5)$. מהו $P(X = Y)$?

- א. שליש
 - ב. רבע
 - ג. גדולה משליש
 - ד. קטנה מרבע
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 6

X, Y הם שני משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim G(0.5)$. מהי תוחלת המינימום בין התוצאות שמקבלים X ו Y ?

- א. אחד
 - ב. גדולה מאחד, אך קטנה מאחד וחצי
 - ג. בין אחד וחצי לשתיים
 - ד. גדולה משתיים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 7

X, Y, Z הם שלושה משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim U(0,2)$ (אחיד רציף). יהי W אינדיקטור למאורע $(|Y - X| > 1)$. יהי T אינדיקטור למאורע $(|Z - X| > 1)$. מה ניתן להגיד על המשתנה $W + T$?

- א. הוא בעל התפלגות בינומית.
 - ב. הוא בעל תוחלת ששווה לחצי, אבל הוא לא מתפלג בינומית.
 - ג. הוא בעל תוחלת קטנה מחצי, אבל הוא לא מתפלג בינומית.
 - ד. הוא בעל תוחלת גדולה מחצי, אבל הוא לא מתפלג בינומית.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 8

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים. נניח שעבור כל $n \geq 1$ מתקיים $E(X_n) = 0$. נניח שהחוק החזק חל על סדרת המשתנים.

- א. זו סדרת משתנים ב"ת.
 - ב. קיים קבוע ממשי M כך שעבור כל $n \geq 1$ מתקיים $P(X_n > M) = 0$.
 - ג. ההסתברות שסדרת הערכים המוחלטים של המשתנים שואפת לאין סוף, היא אפס, אבל טענה ב' לא נכונה.
 - ד. סדרת המומנטים הרביעים של המשתנים היא חסומה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 9

נתונים שלושה מטבעות.

בכל הטלה של המטבע הראשון הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא רבע.

בכל הטלה של המטבע השני הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא חצי.

בכל הטלה של המטבע השלישי הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא שלושה רבעים.

בוחרים באקראי שני מטבעות מתוך קבוצת המטבעות, כאשר הבחירה נעשית עם החזרה.

גלן הודל מבצע n הטלות ב"ת בכל אחד משני מטבעות אלה. כך בסך הכל גלן הודל מבצע $2n$ הטלות.

אחר כך בוחרים באקראי בסיכוי שווה באחד משני המטבעות שנבחרו קודם לכן.

הארי קיין מבצע $2n$ הטלות ב"ת במטבע זה.

יהי A_n המאורע שמספר תוצאות ה"עץ" שקיבל הארי קיין גדול מפי 1.3 ממספר תוצאות ה"עץ"

שקיבל גלן הודל.

הערה

מכיון שבחירת המטבעות נעשית עם החזרה, אז יכול להיבחר אותו מטבע פעמיים, ובו מבוצעות כל

$2n$ ההטלות של גלן הודל. במקרה זה, זהו בהכרח גם המטבע שנבחר בשלב השני.

למה שווה $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$?

א. שתי תשיעיות

ב. ארבע תשיעיות

ג. שליש

ד. תשיעית

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

נתונים ארבע מטבעות.

בכל הטלה של המטבע הראשון הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא חמישית.

בכל הטלה של המטבע השני הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא שתי חמישיות.

בכל הטלה של המטבע השלישי הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא שלוש חמישיות.

בכל הטלה של המטבע הרביעי הסיכוי לתוצאת "עץ" הוא ארבע חמישיות.

בוחרים באקראי שני מטבעות מתוך קבוצת המטבעות, כאשר הבחירה נעשית בלי החזרה.

גלן הודל מבצע n הטלות ב"ת בכל אחד משני מטבעות אלה. כך בסך הכל גלן הודל מבצע $2n$ הטלות.

אחר כך בוחרים באקראי בסיכוי שווה באחד משני המטבעות שנבחרו קודם לכן.

הארי קיין מבצע $2n$ הטלות ב"ת במטבע זה.

יהי A_n המאורע שמספר תוצאות ה"עץ" שקיבל הארי קיין גדול מפי 1.3 ממספר תוצאות ה"עץ"

שקיבל גלן הודל.

למה שווה $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$?

א. שליש

ב. חצי

ג. שישיית

ד. אפס

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.