

+

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
4. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
5. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
6. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
7. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

שאלה 1

יהי X משתנה מקרי בעל פונקציית צפיפות ששווה ל $2x$ עבור כל $0 \leq x \leq 1$, ושווה ל 0 עבור ערכי x שמחוץ לקטע שבין 0 ל 1. מהו $V(X)$?

- א. אחד חלקי שמונה עשרה
- ב. אחד חלקי שתים עשרה
- ג. שישית
- ד. רבע
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

יהי X משתנה מקרי ששווה לסכום של ארבע הטלות של קוביה תקינה. מהו החסם העליון שנותן אי שיוויון מרקוב להסתברות המאורע $(X \geq 28)$?

- א. ניתן לקבל חסם כזה אם ורק אם תוצאות ההטלות הן ב"ת.
- ב. ניתן לקבל חסם כזה אם ורק אם תוצאות ההטלות הן בלתי מתואמות (בעלות שונות משותפת ששווה לאפס).
- ג. רבע
- ד. חצי
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

מבצעים 2 הטלות של קוביה.

יהי X – מספר הפעמים שנקבל תוצאת 1.

יהי Y – מספר הפעמים שנקבל תוצאת 2.

יהי Z – מספר הפעמים שנקבל תוצאת 3.

באילו תנאים ניתן לחשב את תוחלת המכפלה XYZ , ללא הנחות נוספות ?

- א. אם תוצאות ההטלות הן ב"ת.
- ב. אם הקוביה היא תקינה.
- ג. אף פעם לא.
- ד. תמיד
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

מהי ההסתברות שתוצאת המכפלה של שלוש הטלות ב"ת של קוביה תקינה היא זוגית ?

- א. שלושה רבעים
- ב. שבע שמיניות
- ג. חמש שישיות
- ד. חצי
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 5,6.
 מבצעים סדרת הטלות ב"ת של קוביה תקינה עד שמקבלים פעמיים תוצאות 5 או 6
 (זה יכול להיות שתי תוצאות 5 או שתי תוצאות 6 או פעם אחת 5 ופעם אחת 6 בכל סדר).

שאלה 5

איך מתפלג מספר ההטלות?

- א. בעל התפלגות גיאומטרית.
- ב. בעל התפלגות בינומית שלילית אבל לא גיאומטרית.
- ג. בעל התפלגות אחידה.
- ד. כסכום של משתנים גיאומטריים ב"ת שוני פרמטר.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

נניח שהטלנו k פעמים את הקוביה עד שקיבלנו פעמיים תוצאות 5 או 6.
 התפלגות מספר ההטלות עד שקיבלנו בפעם הראשונה תוצאת 5 או 6 היא

- א. גיאומטרית
- ב. בינומית שלילית אבל לא גיאומטרית.
- ג. אחידה
- ד. בעלת שונות שלא תלויה בערך k שהתקבל.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

מבצעים סדרה ב"ת של נסיונות שתוצאת כל אחד מהם מתפלגת כמו X .
 נניח ש X הוא משתנה מקרי המקיים $E(X) = 8$, $V(X) = 100$.
 מי מהבאים לא יתכן?

- א. ממוצע 100 הנסיונות הראשונים הוא 18.
- ב. $E(X^2) = 164$
- ג. $E(X^3) > 500$
- ד. המאורע שעבור כל n , ממוצע n הנסיונות הראשונים יהיה שווה ל 18 הוא לא קבוצה ריקה.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים. נניח שעבור כל n מתקיים
 $P(X_n = 0.5^n) = P(X_n = -0.5^n) = 0.5$
 באילו תנאים חל החוק החלש על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$?

- א. אף פעם לא, ונימוק אפשרי לכך הוא שהמשתנים אינם שווי התפלגות.
- ב. אף פעם לא, אבל הנימוק של א' אינו נכון.
- ג. תמיד
- ד. אם ורק אם $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ היא סדרת משתנים ב"ת.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

בטורניר בשיטת גביע יש 32 משתתפים. 24 מהמשתתפים הן בנות ו 8 מהמשתתפים הם בנים. בכל שלב מחלקים את מי שהגיעו לאותו שלב לזוגות של מתמודדים, כך שכל החלוקות הן שוות הסתברות. בכל התמודדות יש לכל מתמודד סיכוי של חצי לנצח את יריבו, וזאת באופן ב"ת בהתמודדויות האחרות. המנצח עובר לשלב הבא והמפסיד פורש. המנצח בטורניר הוא מי שאף פעם לא מפסיד.

יהי a - תוחלת מספר המשחקים שבהם שיחקו שני בנים.

א. $a = \frac{8 \cdot 7 \cdot 31}{32 \cdot 31}$

ב. $a = \frac{8^2 \cdot 31}{32^2}$

ג. $a = \frac{8^2 \cdot 32}{32^2}$

ד. $a = \frac{\binom{8}{2} \cdot 32}{\binom{32}{2}}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

מכונה חדשה היא בסיכוי שליש מסוג א', בסיכוי שליש מסוג ב' ובסיכוי שליש מסוג ג'.
אורך החיים של מכונה מסוג א' מתפלג אחיד רציף בין 0 ל 100 .
אורך החיים של מכונה מסוג ב' מתפלג אחיד רציף בין 0 ל 10 .
אורך החיים של מכונה מסוג ג' מתפלג אחיד רציף בין 0 ל 5 .
עבור $t \geq 0$, יהי $g(t)$ - פונקציה של t ששווה להסתברות שמכונה שעדיין עובדת בזמן t תעבוד לפחות עוד יחידת זמן אחת.

כמה נקודות אי רציפות יש לפונקציה $g(t)$?

א. 3

ב. 2

ג. 1

ד. 0

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.