

פתרון לבחינה מ 03.02.22

שאלה 1

תשובה סופית: ב

בהתפלגות אחידה ההסתברות של מאורע שווה לשטחו חלקי השטח הכולל.
התשובה מתקבלת על-ידי חלוקת שטח גזרה של רבע עיגול חלקי רבוע בעל צלע באורך 1.
זה שווה ל $\frac{\pi}{4}$.

שאלה 2

תשובה סופית: ב

אותה הסתברות כמו בשאלה הקודמת. הקשר עם המשתנה השלישי אינו רלוונטי. לכן די באי תלות בזוגות. די בכך ששני המשתנים יהיו ב"ת ואת זה מבטיחה האי תלות בזוגות.
זוג משתנים מקריים ב"ת בעלי התפלגות אחידה הוא בעל התפלגות משותפת אחידה. לכן שוב לזוג המשתנים המקריים X, Y יש התפלגות אחידה בריבוע.

שאלה 3

תשובה סופית: ה

לא כדאי אף פעם להחליף מכונה. התפלגות מעריכית היא חסרת זכרון. לכן אם מחליפים מכונה תקינה, אז מקבלים מכונה חדשה שהתחזיות לגביה זהות לאלה של המוחלפת.

שאלה 4

תשובה סופית: ג

ההטלות הן ב"ת, לכן אין השפעה של תוצאות ההטלות הקודמות על תוצאת ההטלה הבאה.
חישוב ההסתברות המותנה הוא $0.5 = \frac{0.5^{81}}{0.5^{80}}$.

שאלה 5

תשובה סופית: ד

כל אחד מהמשתנים שבסדרה מקבל את הערך 3 בהסתברות $\frac{1}{8}$ ואז הוא מרוחק מהמשתנה X בלפחות 1.
למשל ההסתברות המצטברת בנקודה 2.5 של כל משתנה שבסדרה היא שונה באותו קבוע מההסתברות המצטברת של המשתנה X בנקודה זו. ההסתברות המצטברת של כל משתנה בסדרה בנקודה 2.5 היא $\frac{7}{8}$. ההסתברות המצטברת של המשתנה X בנקודה 2.5 היא 1,
כאשר פונקציית ההסתברות המצטברת רציפה ב 2.5.
לכן לא יכולה להיות התכנסות בהתפלגות.

שאלה 6

תשובה סופית: ד

מכיון שהמשתנים הם ב"ת רציפים, אז בהסתברות 1 כל אחד מקבל ערך שונה. כל שלשה היא מונוטונית עולה בסיכוי $\frac{1}{6} = \frac{1}{3!}$. זו התוחלת של אינדיקטור של כל שלשה. רצף יכול להתחיל ב 8 מקומות אפשריים. תוחלת הסכום שווה לסכום התוחלות שזה $\frac{8}{6}$.

הערה

המאורעות שמשתנה מסוים גדול ממשתנה אחד וקטן ממשתנה אחר הם תלויים. לכן הסתברות האינדיקטורים אינה רבע. היא למעשה שווה לשישית.

שאלה 7

תשובה סופית: א

לא ידועים פרמטרים של ההתפלגות האחידה הבדידה. לכן לא ידוע מה הסיכוי לשיוויון בין זוג משתנים. (בכל מקרה שלשה היא מונוטונית עולה בסיכוי קטן מ $\frac{1}{3!}$, ואם למשל למשתנים יש רק שני ערכים אפשריים, אז לא יכולה להיות שלשה מונוטונית).

שאלה 8

תשובה סופית: א

מבוקשת ההסתברות שיש מסלול במשקל קטן או שווה ל 5. יש מסלול כזה אם מתקיים לפחות תנאי אחד שהקשת הישירה היא במשקל 0 או ששתי הקשתות האחרות הן במשקל 0. למאורע הראשון יש הסתברות 0.5 ולשני יש הסתברות 0.25. הם ב"ת ולכן לאיחוד שלהם יש הסתברות $(1 - 0.5)(1 - 0.25)$ או לפי עקרון ההכלה וההפרדה $0.5 + 0.25 - 0.5 \cdot 0.25$.

שאלה 9

תשובה סופית: ג

$$P(Y = 0|X = 0) = \frac{P(X = 0, Y = 0)}{P(X = 0)} =$$
$$= \frac{\binom{3}{2} 0.5^2 \cdot 0.5 + 0.5^3}{1 - (1 - 0.5)(1 - 0.25)}$$

(שני המסלולים הם במשקל אפס אם ורק אם יש לפחות שתי קשתות במשקל אפס).

שאלה 10

תשובה סופית: ד

לשלושת המסלולים יש אותו משקל אם כל הקשתות הן בעלות משקל אפס או ששתיים מהן הן בעלות משקל אפס או שלאף אחת מהן אין משקל אפס. המשלים הוא שבדיוק לקשת אחת יש משקל אפס.

לכל המסלולים יש משקל שווה בסיכוי $1 - \binom{3}{1} \cdot 0.5 \cdot 0.5^2$.