

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
4. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
5. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
6. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
7. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

שאלה 1

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim U(0,1)$ (אחיד רציף).
יהי $a = P(X^2 + Y^2 < 1)$.

- א. $0.7 < a < 0.75$
- ב. $0.75 < a < 0.8$
- ג. $0.8 < a < 0.83$
- ד. $0.83 < a < 0.85$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים ב"ת בזוגות ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim U(0,1)$ (אחיד רציף).
יהי $a = P(X^2 + Y^2 < 1)$.

- א. ערכו של a יכול להיות קטן מערכו בשאלה הקודמת ויכול להיות גדול ממנו.
- ב. ערכו של a בהכרח זהה לערכו בשאלה הקודמת.
- ג. ערכו של a הוא או קטן מערכו בשאלה הקודמת או זהה לו.
- ד. ערכו של a הוא או גדול מערכו בשאלה הקודמת או זהה לו.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

אורך החיים של כל מכונה מתפלג מעריכית עם פרמטר של שנה אחת וזאת באופן ב"ת במכונות אחרות. (כל מכונה היא תקינה עד זמן המתפלג מעריכית עם פרמטר שנה אחת ואז מתקלקלת).
אנו צריכים שתהיה לנו בכל רגע החל מעכשיו מכונה אחת תקינה. ניתן להחליף מכונה תקינה בכל זמן.
חייבים להחליף מיידית מכונה מקולקלת. עלות החלפת מכונה תקינה היא 100 ₪ ועלות החלפת מכונה מקולקלת היא 200 ₪.
באיזה גיל של מכונות שעדיין תקינות, כדאי להחליף אותן, כדי שעלות האחזקה לאורך זמן תהיה מינימלית ?

- א. חצי שנה
- ב. שנה אחת
- ג. שתי שנים
- ד. שלוש שנים
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

מבצעים סדרת הטלות ב"ת של מטבע הוגן שעל בדיוק צד אחד שלו מופיע "עץ". נניח שבכל 80 ההטלות הראשונות התקבלה תוצאת "עץ". מהי ההסתברות שגם בהטלה ה-81 נקבל תוצאת "עץ"?

- א. 1
- ב. בקירוב 1
- ג. חצי
- ד. בקירוב 0
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 5

תהי $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim \text{Bin}(3, 0.5)$ יהי $X \sim \text{Bin}(2, 0.5)$.

- א. יתכן שסדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ שואפת בהסתברות 1 למשתנה X .
- ב. יתכן שסדרת המשתנים המקריים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ שואפת בהסתברות למשתנה X , אבל היא לא יכולה לשאוף בהסתברות 1 למשתנה X .
- ג. יתכן שסדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ שואפת בהתפלגות למשתנה X רק אם סדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ היא סדרת משתנים תלויים.
- ד. לא יתכן שסדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ תשאף בהתפלגות למשתנה X .
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 6,7. מבצעים סדרה של 10 נסיונות ב"ת שווי התפלגות. יהי X – מספר הרצפים המונוטונים עולים חזק של 3 תוצאות של נסיונות עוקבים. אם למשל הושגו התוצאות 1,2,3,4,1,2,1,1,1,3 אז יש בדיוק שני רצפים. אלה הרצפים שמתחילים במקום הראשון ובמקום השני

שאלה 6

נניח שתוצאת כל ניסוי מתפלגת מעריכית עם פרמטר לא ידוע.

- א. אין מספיק נתונים כדי לחשב את $E(X)$.
- ב. $E(X) = 1.5$
- ג. $E(X) = 1$
- ד. $1 < E(X) < 1.5$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

נניח שתוצאת כל ניסוי מתפלגת אחיד בדיד עם פרמטרים לא ידועים.

- א. אין מספיק נתונים כדי לחשב את $E(X)$.
- ב. $E(X) = 1.5$
- ג. $E(X) = 1$
- ד. $1 < E(X) < 1.5$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 8,9,10.

נתון גרף שלם לא מכוון בעל קבוצת הצמתים $\{a, b, c\}$. לכל אחת משלושת קשתות הגרף יש משקל שהוא משתנה מקרי. נניח שהמשקל של כל קשת מתפלג כפי שהמשתנה W מתפלג. נניח שמתקיים $P(W = 0) = P(W = 8) = 0.5$. נניח שמשקלי הקשתות השונות הם ב"ת. המשקל של מסלול בגרף שווה לסכום משקלי הקשתות שמרכיבות את המסלול. המסלול הקל ביותר בין זוג צמתים הוא המסלול בעל המשקל הנמוך ביותר מבין המסלולים המחברים את שני הצמתים. יהי X - משקל המסלול הקל ביותר המחבר את a ו b . יהי Y - משקל המסלול הקל ביותר המחבר את a ו c . יהי Z - משקל המסלול הקל ביותר המחבר את b ו c .

שאלה 8

בסימון F גדולה הכוונה היא לפונקציית ההסתברות המצטברת של המשתנה.

- א. $0.6 < F_X(5) < 0.65$
- ב. $0.65 < F_X(5) < 0.75$
- ג. $0.75 \leq F_X(5) \leq 0.8$
- ד. $F_X(5)$ לא מוגדר.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

למה שווה $P(Y = 0 | X = 0)$? (מדובר בהסתברות מותנה).

- א. 0.5
- ב. 0.625
- ג. 0.8
- ד. 0.75
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

- א. $P(X = Y = Z) = 0.25$
- ב. $P(X = Y = Z) = 0.375$
- ג. $P(X = Y = Z) = 0.5$
- ד. $P(X = Y = Z) = 0.625$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.