

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. המסמן 8 תשובות נכונות יקבל ציון 60. על כל תשובה נכונה נוספת יתווספו 5 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
4. יש לסמן את התשובות רק בעמוד הזה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת.
5. המחברת משמשת כטייטא בלבד ולא תבדק. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
																א
																ב
																ג
																ד
																ה

מספר תשובות נכונות: _____ מספר תשובות שגויות: _____ ציון: _____

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 1-2.
 32 קבוצות ששתיים מהן הן הכחולים והירוקים מתמודדות בטורניר בשיטת גביע. נניח שבכל שלב של הטורניר יש סיכוי שווה לכל אחת מהחלוקות לזוגות של הקבוצות שהגיעו לשלב. נניח גם שלכל קבוצה יש סיכוי של חצי לנצח כל יריבה שלה, וזאת באופן ב"ת בתוצאות המשחקים האחרים.

שאלה 1

תהי p ההסתברות שהכחולים ינצחו לפחות משחק אחד, אך הם לא ישחקו בשלב הגמר שבו נשארות רק שתי קבוצות.

- א. $0.46 < p < 0.47$
- ב. $0.45 < p < 0.46$
- ג. $0.44 < p < 0.45$
- ד. $0.43 < p < 0.44$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

תהי p ההסתברות שהכחולים לא ישחקו נגד הירוקים בשום שלב אך הם ישחקו בשלב הגמר.

- א. $0.03 < p < 0.04$
- ב. $0.04 < p < 0.05$
- ג. $0.05 < p < 0.06$
- ד. $0.06 < p < 0.07$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

תהי $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim U(0,3)$ (אחיד רציף). יהי A המאורע שקיים לפחות משתנה אחד שגדול מ $X_1 + 1$.

- א. $0.5 < P(A) < 0.6$
- ב. $P(A)$ יכול להיות שווה לאפס.
- ג. $P(A)$ שווה למספר לא רציונלי.
- ד. $P(A) \geq \frac{2}{3}$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

למכונה יש ארבעה רכיבים. נניח שכל אחד מהרכיבים מתקלקל לאחר זמן שמתפלג $\exp(1)$ וזאת באופן ב"ת באורכי החיים של הרכיבים האחרים. יהי e תוחלת הזמן עד שיותר רק רכיב אחד תקין.

- א. $0.8 < e < 0.9$
- ב. $0.9 < e < 1$
- ג. $1 < e < 1.1$
- ד. $1.1 < e < 1.2$
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 5

נתון גרף שלם לא מכוון בעל 4 צמתים. צובעים כל קשת בסיכוי שווה בכחול או ירוק וזאת באופן ב"ת בצביעת הקשתות האחרות. יהי e תוחלת מספר המשולשים שכל צלעותיהם צבועות באותו צבע.

א. $0.3 < e < 0.45$

ב. $0.45 < e < 0.6$

ג. $0.9 < e < 1.1$

ד. $1.1 < e$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

מבצעים סדרה של הטלות ב"ת של מטבע הוגן שעל צד אחד שלו מופיע "עץ" ועל הצד השני מופיע "פלי". מהי תוחלת מספר ההטלות עד שנקבל רצף של 4 הטלות "עץ"?

א. 16

ב. 31

ג. 32

ד. 35

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 7-9.

יהי X ו- Y אורכי שתי צלעות ניצבות של מלבן. נניח ש X ו- Y הם זוג משתנים ב"ת ושווי התפלגות. נניח ש $X \sim U(0,2)$ (אחיד רציף). יהי S שטח המלבן.

שאלה 7

מהו $P(S < \max\{X, Y\})$?

א. 0.75

ב. 0.5

ג. 0.375

ד. 0.25

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

מהי שונות מספר צלעות המלבן שאורכן קטן מ S ? (במלבן יש כמובן ארבע צלעות).

א. 1

ב. 0.25

ג. 0.5

ד. 2

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

- א. אורכי ארבעת צלעות המלבן אינם קבוצת משתנים ב"ת בזוגות.
ב. אורכי ארבעת צלעות המלבן הם משתנים ב"ת בזוגות, אך תלויים.
ג. אורכי ארבעת צלעות המלבן הם משתנים ב"ת.
ד. המאורע $(X = Y)$ הוא מאורע ריק.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 10-11.
מגרילים בסיכוי שווה בין כד קטן שבו 3 כדורים שכולם ירוקים לבין כד גדול שבו 5 כדורים שכולם ירוקים. בכד הנבחר מבצעים סדרה אין סופית של הוצאות והכנסות של כדורים. בכל שלב מוציאים בסיכוי שווה ובאופן ב"ת בשלבים האחרים את אחד הכדורים שנמצא בכד בשלב זה, ומכניסים במקומו כדור כחול.

שאלה 10

- מהי ההסתברות שבשלושת ההוצאות הראשונות נוציא רק כדורים ירוקים בהינתן שבחרנו בכד הקטן ?
א. $\frac{2}{9}$
ב. $\frac{1}{6}$
ג. $\frac{1}{3}$
ד. $\frac{1}{9}$
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 11

- עבור כל $i \geq 1$ יהי X_i מספר הכדורים הכחולים שבכד מייד לאחר השלב ה i , ויהי Y_i אחוז הכדורים הכחולים שבכד מייד לאחר השלב ה i .
א. החוק החלש חל על הסדרה $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ וחל גם על הסדרה $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$.
ב. החוק החלש חל על הסדרה $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ ולא חל על הסדרה $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$.
ג. החוק החלש לא חל על הסדרה $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ וכן חל על הסדרה $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$.
ד. החוק החלש לא חל על הסדרה $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ ולא חל על הסדרה $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 12

- יהי X משתנה מקרי בעל התפלגות $U(0,2.5)$ (אחיד רציף).
מהו $E(|X|)$? (הכוונה היא לתוחלת החלק השלם של X).
א. 0.6
ב. 0.8
ג. 1
ד. 1.2
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 13

מבצעים סדרה אין סופית של הטלות ב"ת של מטבע הוגן שעל צד אחד שלו מופיע "עץ" ועל צדו האחר מופיע "פלי".

יהי a ההסתברות שנקבל רצף של 200 "עץ" לפני שנקבל רצף של 100 "פלי" בהינתן שב 200 ההטלות הראשונות קבלנו בדיוק 199 תוצאות "עץ".

- א. $0.4 < a < 0.5$
 - ב. $0.004 < a < 0.006$
 - ג. $0.006 < a < 0.007$
 - ד. $0.008 < a < 0.01$
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

נתונים אלה מתיחסים לשאלות 14-15.

תהי A הקבוצה $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. בוחרים פונקציה f מתוך אוסף כל הפונקציות מהקבוצה A לקבוצה A , כך שלכל אחת מבין 10^{10} הפונקציות יש סיכוי שווה להיבחר.

תהי $f \circ f$ ההרכבה של הפונקציה f על עצמה.

כך למשל אם $f(1) = 4$ ו $f(4) = 3$ אז $f \circ f(1) = 3$.

שאלה 14

מהו $P(f \circ f(1) = 1)$ בהינתן ש $f(2) = 3$?

- א. 0.09
 - ב. 0.1
 - ג. 0.2
 - ד. 0.18
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 15

יהי a ההסתברות שמתקיים $f \circ f(1) = 1$ בהינתן שקיים $1 \leq i \leq 10$ שמקיים $f(i) = 1$.

- א. $0.28 < a < 0.29$
 - ב. $0.29 < a < 0.3$
 - ג. $0.27 < a < 0.28$
 - ד. $0.26 < a < 0.27$
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 16

יהי $X \sim G(0.5)$. יהי e תוחלת סכום הספרות של X .

- א. $e > 2$
 - ב. $1.6 < e < 1.7$
 - ג. $1.8 < e < 1.9$
 - ד. $1.9 < e < 2$
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-