

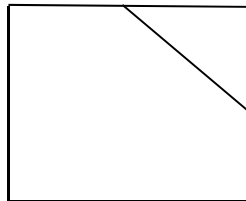
פתרון לבחינה מ 01.06.18

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
ג	א	ב	א	ב	א	ג	ב	ב	ג	ג	ג	ב	ג	ה	ד

הסברים קצרים

שאלה 1

שטח המשולש הימני העליון חלקי שטח הרבוע.



שאלה 2

לכל אחד מהמשתנים יש סיכוי של $\frac{3}{4}$ להיות גדול מחצי. מדובר בתוחלת סכום של שני אינדיקטורים בעלי הסתברות $\frac{3}{4}$.

שאלה 3

אם המשתנה X מקבל ערך גדול מ 1 אז ההסתברות הגבולית היא 1. אם הוא מקבל ערך קטן מ 1 אז ההסתברות הגבולית היא 0.

שאלה 4

בהסתברות $\frac{5}{6}$ יש הטלה 1 ובהסתברות $\frac{1}{6}$ יש 2 הטלות. למשתנה שמקבל את הערך 1 בהסתברות $\frac{5}{6}$ ואת הערך 2 בהסתברות $\frac{1}{6}$ יש שונות שזהה לשונות של אינדיקטור שמקבל את הערך 1 בהסתברות $\frac{1}{6}$. שונות זו שווה ל $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$.

שאלה 5

בהינתן ששני המשתנים מקבלים את אותו ערך, ההסתברות שזהו הערך k היא $\frac{P^2(X=k)}{\sum_i P^2(X=i)}$.
כך ערכים שהמשתנה מקבל בהסתברות גדולה יותר מאשר ערכים אחרים, מתקבלים בהסתברות עוד יותר גבוהה ביחס לאחרים. רק אם כל הערכים מתקבלים בהסתברות שווה, אז נשמרת הפרופורציה בין ההסתברויות לקבלת ערכים שונים. למשל, אם משתנים בינומי

או פואסוני מקבלים ערכים בהסתברויות מונוטוניות יורדות, אז בהינתן ש X ו Y שווים, התוחלת של X קטנה מתוחלתו המקורית.

שאלה 6

בהינתן ששני המשתנים מקבלים את אותו ערך, היחס בין ההסתברות לקבל ערך מסוים להסתברות לקבל ערך הקטן ממנו ב 1 הוא $\frac{1}{4}$ (לגבי כל משתנה בודד היחס הוא $\frac{1}{2}$).
לכן, בהינתן ששני המשתנים מקבלים את אותו ערך, ההתפלגות של X היא $G\left(\frac{3}{4}\right)$.

שאלה 7

המשתנה X מקבל ערכים שקרובים לתוחלתו בסיכוי גבוה יותר מאשר ערכים אחרים. לכן, בהתפלגות המותנה יש יותר ריכוזיות סביב התוחלת ולכן יש לה שונות יותר קטנה מאשר למקורית. אבל, גם ההתפלגות המותנה סימטרית סביב התוחלת שהיא 40.

שאלה 8

לגבי כל קטע נתון באורך 1 (כמו בכל אורך אחר), כל אחד מהמשתנים שבסדרה מקבל ערך בקטע זה בהסתברות חיובית (משתנים נורמלים הם משתנים רציפים בעלי פונקצית הסתברות מצטברת מונוטונית עולה ממש). ההסתברות הזאת היא אותה הסתברות לגבי כל אחד מהמשתנים. לכן, לפי הלמה של בורל קנטלי בהסתברות 1, יקבלו אין סוף משתנים מהסדרה ערך בקטע זה (המשתנים הם ב"ת ולכן המאורעות שהם מקבלים ערך בקטע הם ב"ת, כמו כן סכום ההסתברויות שלהם הוא אין סוף כסכום אין סופי של קבוע). לכן, ההסתברות שבקטע זה לא יקבל אף משתנה את ערכו היא אפס. המאורע שיש קטע באורך 1 שבו אף משתנה לא יקבל את ערכו, הוא איחוד בן מניה של מאורעות בעלי הסתברות אפס. לכן יש לו הסתברות אפס.
זו דוגמא למאורע בעל הסתברות אפס. אבל זה אינו מאורע ריק. הוא כולל למשל את המאורע שכל המשתנים יקבלו ערך בין 0 ל 1.

שאלה 9

הפונקציה מקבלת בנקודה 1 את כל אחד מהערכים האפשריים בסיכוי שווה.

שאלה 10

דרוש שהפונקציה תקבל בנקודה 1 את הערך 1 או שהפונקציה של הערך המתקבל בנקודה 1 יהיה 1. ההסתברות היא ההסתברות היא $\frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{10}$.

שאלה 11

תוחלת הפונקציה בכל נקודה היא $5.5 = \frac{1+10}{2}$. תוחלת הסכום שווה לסכום התוחלות.

שאלה 12

ההסתברות היא $\left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10}$.

שאלה 13

זו תוחלת הסכום של ששה צעדים שהיא $6[0.7 \cdot 1 + 0.3(-1)]$.
תוחלת סכום שווה לסכום התוחלות גם כאשר המשתנים תלויים.

שאלה 14

אם כל צעד הוא העתק של הצעד הראשון, אז השונות שווה ל
$$V(10X_1) = 10^2 V(X_1) = 100 \left[0.7 \cdot 1^2 + 0.3 \cdot (-1)^2 - (0.7 \cdot 1 + 0.3(-1))^2 \right]$$

שאלה 15

אפשרי שמספר הצעדים ימינה יהיה משתנה מנוון שיקבל רק את הערך 70. כל צעד יהיה צעד ימינה בסיכוי 0.7. נבחר 70 צעדים שיהיו ימינה, כך שלכל קבוצה של 70 צעדים יהיה אותו סיכוי להיבחר. למשתנה מנוון יש שונות של אפס.

שאלה 16

0.7 · 201 הוא לא מספר שלם. נרצה שמספר הצעדים ימינה יקבל ערכים כמה שיותר קרובים למספר זה. ערכים אלה הם 140 ו 141. הם צריכים לקבל את הערכים האלה בהסתברויות של 0.3 ו 0.7. לכן המיקום יהיה בנקודה 79 בסיכוי 0.3 ובנקודה 81 בסיכוי 0.7.

שלומי