

בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

יש להגיש את הבחינה באתר המודל עד שעה 11:50 בצהריים.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני הצדדים.
אסור להשתמש במחשבי כיס.
בבחינה יש 3 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (50 נקודות)

יהיו X, Y, Z, W משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח ש $X \sim U[1, 10]$.
זאת אומרת שלכל אחד מארבעת המשתנים המקריים יש התפלגות אחידה
בדידה בין 1 ל 10.
יהי R משתנה מקרי המקיים $R = XY$.
יהי T משתנה מקרי המקיים $T = X + Y$.
רק בסעיפים א', ב' וג' נניח שקבוצת המשתנים X, Y, Z, W היא קבוצת משתנים
ב"ת. בסעיפים ד' וה' לא נניח הנחת אי תלות בין המשתנים X, Y, Z, W .

- א.** מהו $P(\max\{X, Y, Z, W\} = 8)$?
 - ב.** מהי ההסתברות ש R יקבל ערך זוגי?
 - ג.** מהו $P(X + Y + Z + W > 38)$?
 - ד.** מהו הערך הכי נמוך שיכול לקבל $V(T)$?
 - ה.** האם יתכן שיתקיים $P(X > Y, X > Z, X > W) > 0.5$?
- (זאת אומרת, האם יתכן שלמאורע ש X גדול סימולטנית מכל אחד מהמשתנים Y, Z, W , תהיה הסתברות גדולה מחצי).

שאלה 2 (40 נקודות)

נתונים 100 תפוזים שבדיוק 10 מהם הם פגומים. מחלקים את 100 התפוזים ל 5 סלסלות, כך שבכל סלסלה יהיו 20 תפוזים שונים. כל החלוקות שבמסגרתן יש 20 תפוזים בכל סלסלה, הן שוות הסתברות.

- א. איך מתפלג מספר התפוזים הפגומים שבסלסלה הראשונה ?
 - ב. מהי ההסתברות שתהיה סלסלה שבה יהיו 8 תפוזים פגומים ?
 - ג. מהי תוחלת מספר הסלסלות שבהן יהיו בדיוק שני תפוזים פגומים ?
 - ד. מהי שונות מספר הסלסלות שבהן לא יהיו תפוזים פגומים ?
-

שאלה 3 (20 נקודות)

יהיו X, Y זוג משתנים ב"ת שווי התפלגות. נניח שכל אחד מהם מתפלג $U(0,3)$ (אחיד רציף בקטע שבין 0 ל 3).
נסתכל על שני תתי קטעים של הקטע $(0,3)$. תת הקטע הראשון הוא $(0,2)$ ותת הקטע השני הוא $(2,3)$.

- א. מהי התוחלת של X בהינתן ש X קיבל ערך באותו תת קטע כמו Y ?
 - ב. מהי התוחלת של X בהינתן ש X קיבל ערך בתת קטע שונה מ Y ?
-