

## בחינה במבוא להסתברות לסטטיסטיקאים

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.  
מותר לכל תלמיד להשתמש בדף A4 אחד הכתוב משני צדדיו. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.  
מותר להשתמש במחשב כיס.  
בבחינה יש 5 שאלות. ענו על כל השאלות.  
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.  
ניתן לצבור בסך הכל 110 נקודות. הצובר  $N$  נקודות יקבל ציון  $\min\{N, 100\}$ .  
אנא, השאירו את העמוד הראשון של מחברת הבחינה ריק.  
נמקו את תשובותיכם.

בהצלחה !

---

### שאלה 1 (30 נקודות)

יהיו  $X, Y$  שני משתנים מקריים בלתי תלויים.  $X$  הוא משתנה גיאומטרי,  $Y$  הוא משתנה אחיד.  
 $Y \sim U[1,3], X \sim G(0.5)$ .

- א. מהי ההסתברות ש  $X$  יקבל ערך זוגי ?  
ב. מהו  $P(Y > X)$  ?  
ג. מהו  $E(XY)$  ? האם נדרשתם להנחת האי תלות בין  $X$  לבין  $Y$  ?

---

### שאלה 2 (20 נקודות)

ישנם 19 תפוזים. 2 מבין 19 התפוזים הם פגומים. מחלקים באקראי את התפוזים לשני סלים, כך שבסל הראשון יהיו 11 תפוזים ובסל השני יהיו 8 התפוזים האחרים.

- א. מהי ההסתברות ששני התפוזים הפגומים יהיו באותו סל ?  
ב. מהי תוחלת מספר הסלים שבהם יהיו לפחות תפוז פגום אחד ?
-

**שאלה 3** (40 נקודות)

ישנם שני מטבעות: מטבע הוגן ומטבע מוטה. המטבע ההוגן נותן בכל הטלה תוצאה "עץ" בסיכוי 0.5 באופן בלתי תלוי בהטלות אחרות של מטבע זה. המטבע המוטה נותן בכל הטלה תוצאה "עץ" בסיכוי 0.8 באופן בלתי תלוי בהטלות אחרות של מטבע זה. בוחרים באקראי בסיכוי שווה באחד משני המטבעות ומבצעים בו סדרת הטלות.

- א.** מהי ההסתברות שבהטלה הראשונה יתקבל "עץ" ?  
**ב.** מהי ההסתברות שבכל 3 ההטלות הראשונות נקבל תוצאות "עץ" ?  
**ג.** מהי ההסתברות שבשתי ההטלות הרביעית והחמישית נקבל שתי תוצאות "עץ" אם ידוע שקבלנו תוצאות "עץ" בכל 3 ההטלות הראשונות ?  
**ד.** מהי ההסתברות שעבור כל  $n$  שלם נקבל לאחר  $2n$  הטלות בדיוק  $n$  תוצאות "עץ" ?
- 

**שאלה 4** (10 נקודות)

תנו דוגמא למשתנה מקרי שתוחלתו היא 5 ושונותו היא 4.

---

**שאלה 5** (10 נקודות)

האם קיים משתנה מקרי  $X$  שעבורו מתקיים  $P(X > 1) = 1$ ,  $E(X) = 2$ ,  $P(X = 8) = 0.5$  (כל שלושת התכונות בו זמנית) ?

---

---