

16.11.14

אנחנו להסתברות - שיעור רביעי
הכלה והסופה (הכלה והגובה).

שאלה

בוסתנים בוקטרו. אחיה פוונג סו כך שכל אות היא אאו אאו אאו א.
מהי ההסתברות שלפחות יותר מנילוועת ה-וועיות לא תופים?

A - האורז שם לא מוכים

B - האורז שם לא מוכים

C - האורז שם לא מוכים

אני צריכה לחשב את $P(A \cup B \cup C)$.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + 0$$

החיתוך של כלם
סבאקרה רבה נעוה ל-0. (לא יתכן שכולם
לא ייס'ו-1).

$$P(C) = P(B) = P(A) \quad 110$$

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C)$$

$$P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = P(A) = P(B) = P(C) \quad |\Omega| = 3^{10}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3^{10}} = P(A \cap C) = P(B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = 3 \cdot \frac{2^{10}}{3^{10}} - 3 \cdot \frac{1}{3^{10}}$$

תשובה סופית:

16.11.19

פתור:

שלוש דוחים יהיה אקראית באופן של אופריות מהאופריות
A, B, C.

מהי ההסתברות של יותר מ-2 דוחות נכונים?

A - לא מוכיח מספיק.

B - לא מוכיח מספיק.

C - לא מוכיח מספיק.

$$D = A \cup B \cup C$$

$$1 - P(D) = P(\bar{D})$$

$$1 - P(A \cup B \cup C)$$

$$|D| = 3^{10}$$

$$|\bar{D}| = 2^{10} \cdot 3 + 3 \cdot 10 \cdot 2^9 - 3 - 3 \cdot 10 \cdot 9 - 3 \cdot 2 \cdot 10$$

דוח אמת
לא כל דוח נכון מספיק.
לכן נשאר לי 2 מקומות ו-10 ספרות.
אחרית של אופריות נשארו 10'9.

בחירת שתי האופריות שלא נכונות נשארו 10'9.

כל דוחים אמת האמת נשארו 10'9. כל דוח לא אמת האמת
שני דוחים נכונים נשארו 10'9.

REXAB

$$|A \cap B| = 1 + 10 \cdot 9 + 10 \cdot 2$$

שתיים אמת מספיק.
שניהן אמת.
אמת a אמת b אמת c מספיק.
אמת a אמת b אמת c מספיק.

16.11.14

גון שניה:

| a | b | c | כמה מקומות סובי יש |
|---|---|---|-----------------------|
| 6 | 2 | 2 | 3 |
| 5 | 3 | 2 | 3! |
| 4 | 4 | 2 | 3 |
| 4 | 3 | 3 | 3 |

$$P = \frac{3 \cdot \binom{10}{6} \cdot \binom{4}{2} + 6 \cdot \binom{10}{5} \binom{5}{3} + 3 \binom{10}{4} \binom{6}{4} + 3 \cdot \binom{10}{4} \binom{6}{3}}{3^{10}}$$

$$\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \binom{6}{2} \cdot 3^4$$

הנה פיתרון קרי נכון: כ למשל a יכול להיות מסוים.
 במקום 16 מקומות יש 8, 7, 2, 8 מקומות יכול
 להיות מסוים א זהו מסוים א זהו מסוים. זה
 לומר זהו מסוים.

16.11.14

מדית המזכירה הרשמי:

למזכירה יש n חתכים שמיצרים n-1 אנשים שונים. היא תקבל את כל האנשים האלו.

א. מה הסיכוי שכל אחד יקבל את החתך המתאים לו?

$$|A| = n!$$

$$P = \frac{1}{n!}$$

$$|A| = 1$$

ד. מה ההסתברות שמיכל תקבל את החתך המתאים לה?

$$P = \frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{n}$$

(מיכל) (חסכו את הכסף ונסה)
(n-1) חתכים.

ז. מה הסיכוי ש-k אנשים מסוימים יקבלו כולם את שלבי וזכרי הנורים לנו אופת לי.

בכל שרשרת לי אנשים מסוימים לא צריך לבדוק אותם.

$$P = \frac{(n-k)!}{n!}$$

ב. מה ההסתברות שלחות יותר מ-n אנשים יקבל את המתאים לו?

מבחינת הסתברות הוויכוח נשאר מאוחרות A_i

$$A = \bigcup_{i=1}^n A_i$$

A_i - מאוחר ש-אדם i יקבל את שלו.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{j < k} P(A_i \cap A_j) + \sum_{j < k < l} P(A_i \cap A_j \cap A_k) \dots$$

$$P(A_i) = \frac{1}{n}$$

$$P(A_i \cap A_j) = \frac{(n-2)!}{n!}$$

$$P(A_i \cap A_j \cap A_k) = \frac{(n-3)!}{n!}$$

16.11.14

הסתברות החיתוך של n ממוצעים היא $\frac{(n-k)!}{n!}$

לפי גורמון הכללי וההפרדה מתקבלת תשובה:

$$n \cdot \frac{1}{n} - \binom{n}{2} \cdot \frac{(n-2)!}{n!} + \binom{n}{3} \cdot \frac{(n-3)!}{n!} - \dots$$

$$= \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \cdot \frac{(n-k)!}{n!} \cdot (-1)^{k+1}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{(n-k)!}{n!} \cdot (-1)^{k+1}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \cdot (-1)^{k+1}$$

המשך תוכלו לראות שסכומם n של n המסוימים
הוא $\frac{1}{e} - 1$

הסתברות מותנה:

נצטרך את ההסתברות המותנה של A בהינתן B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad ?$$

המשמעות היא, מהו הסיכוי שהתרחש A אם B התרחש

לוגיקה - ואיך, מהו חלקו של A בתוך החלק של B.

דוגמה:

יש 8 כדורים ירוקים, 5 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים.

בחרים גורמי גורמי כדור, מהי ההסתברות שהיה כדור

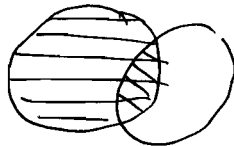
בהינתן שהוא ירוק?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{5+3}{16}} = \frac{5}{8}$$

אם B - ירוק, A - כחול. ← זקם כדור זקם לא ירוק לא $\frac{5}{16}$.

מסתכלים על זוג השטח המסומן ב-11 מתוך השטח

המסומן ב-11.



דוגמה נוספת:

מסירים קוביה תקולה. מה הסיכוי שהתוצרה צונית בהינתן

שהיא בצורה 3-3.

A - תוצרה צונית.

B - צורה מסוימת.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$

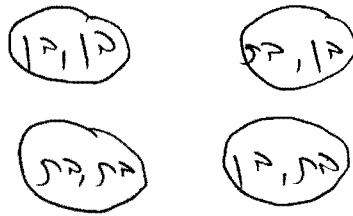
שאלה:

מה ההסתברות שבמחשבה של שני ילדים יש 2 בנים
 ו-1 בנות שיש להם אחות בן אחד?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

A - שני בנים
 B - אחות בן אחד.

↓
 שתי בנות.



בצורה זו תלוף בן מאוחרת A! B!
 A! B הם גלתי תלויים או בקיצור (גלתי) או

$$P(A|B) = P(A)$$

ק המורה B לא מנסה על קיומו או קיומו של
 המורה A.

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ או } P(A|B) = P(A)$$

הם גלתי אם

יש אם הפצרה בצורת בלתי רק כושר $P(B)$.

לכדי מאוחרת בלתי הסתברות חובית. A! B בלתי תלויים אם

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

נוכח לקדם אם קרטריון לוי תלוף.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad A! B \text{ בלתי תלויים אם}$$

את התנ"י מההצעה. קיבלנו את התנ"י מההצעה.

כאן אומרת שיש חצים לבנות או תלוף אושר לבנות

לפי ההצעה או לפי הקרטריון.

שאלה:

$P(A \cap B)$ מהו? $P(A) = 0.8$ $P(B) = 0.7$ נ"י ש הם א' ב'.

$$P(A \cap B) = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

האקרה הבלתי תלוי (קבל) מזה ש

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

יות הבלתי תלוי

זהו מקרה מיוחד של הנירטרות שליו (גבר) בעת.
 # נמשך האקרה נוסף:

$$P(C|A \cap B) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(A \cap B)}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \cap B) \cdot P(C|A \cap B)$$

לפי

משני האקרים מסתמיי ש ב' תשרטר, נוכ אקרא:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \cap B) \cdot P(C|A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|A \cap B)$$

זהו ב' תשרטר לבדי שלונה מאורעות.

מאוסן ב' לבדי מ מאורעות.

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots$$

$$P(A_n | A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

זה ש ב' און עיקרון כוסר ב' שלב מחסבים

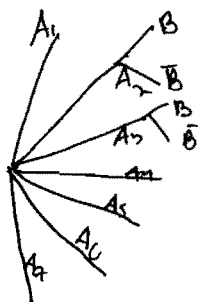
$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P\left(\bigcap_{i=1}^{k-1} A_i\right) \cdot P(A_k | \bigcap_{i=1}^{k-1} A_i)$$

סתקנות שלמה:

$$P(B) = \sum P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

כאשר A_i האירועים זרים בטביחה מכסים את כל Ω .

כל אירוע אחר שאינו מתקבל הוא הישגי להתרחשות B אז היקף מסווגת



A_i מכסים את כל הוויכוחות
כל אירוע של B יוכל להתרחש עם
אחד מ A_i .

דוגמה:

יש לי אגוד קובץ ויש לי קובץ דקל'ה אני גורף חסינו
3ם אגוד וחסוני. 75 קוב'ה. (אזרח גדיק סאור אה'ה)
אגוד יש תופות 0 ! 1 וקוב'ה יש תופות 1, 2, 3... 6.
א' חסינו ושוקבל את התופה 1.

A1 - התרתי, אגוד

A2 - התרתי אגוד אגוד

B - קראתי, תופה אחת.

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) =$$

$$= 0.3 \cdot \frac{1}{2} + 0.7 \cdot \frac{1}{6}$$

\downarrow \downarrow
יש לי 2 שקי אנטימית יש לי 6 אנטימית.

שאלה:

~~על המעבד~~

בזמן הסיום של מעבד שני של הסיום 0, לבין
מעבד הזמן שני של הסיום $\frac{1}{2}$ לבין מעבד שני של
הסיום $\frac{2}{3}$. ובצדדים המעבד הקבוע כהשלכות לית ביניהם
המעבד. מה הסיוט שיקבל שני צדדי בדיוק?

הסיתרון:

A_1 - חברת המעבד 1

B - קיבלת שני צדדי בדיוק.

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

↓
הסיוט למעבד
מסוף

↓
שתי החמות
בזמן שני
הקום של שני
ההשלכות

↓
נישון
מזל

סוגיה:

אם אני משיג שתי קובות דדיות מסך הקובות השונות
שני קבלת המו 11 או 1 או 2.

הכונה כיון היא למסד הקובות שאזכה לזכות. כלומר
אם היפתי 3, 3 או קיבלתי תוצאה אחת, זכית לזכות
רק תוצאה אחת.

יהי A המורד שאקבל באיזשהו שלב תוצאה "אחת".

יהי B המורד שאקבל שתי תוצאות שונות.

$$P(A|B) = \frac{2}{6} = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{6}{2}}$$

שכ' אם B גורמת או הייתי שתי תוצאות שונות.

שני מספרים שונים ממך 1, 2, 3, 4, 5, 6 הסיוט מסומד

המו ממך המו המו $\frac{2}{6}$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{1}{6}$$

יש תלות $P(A|B) \neq P(A|\bar{B})$ פס

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36}$$

\downarrow \downarrow
 המספר ח' טו'.
 המספר המספר
 המספר המספר

$$P(A) = \frac{6^2 - 5^2}{6^2}$$

6² - מספר האפשרויות הכלליות.
 5² - מספר האפשרויות ללא הסדרה אחת.

יש תלות כי $P(A) \neq P(A|\bar{B})$

הצגה של תלות $P(A|B) = P(A)$

כיון שיש קריטריון לתיאור תלות שיהא $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ כל ד"ס:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$

הוכחה:

$$\frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

למשל:

יש מרחב שניות של מס'ים $\frac{1}{3}$ ויש מרחב שניות של מס'ים $\frac{2}{3}$.
 אחרת המס'ים שניהם יהיו המרחב המשותף והי' ת' אותו.
 כמה יוסף י'בו של מה המס'ים שחזרו מרחב הניסוח?

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0.5 \cdot \frac{1}{3}}{0.5 \cdot \frac{1}{3} + 0.5 \cdot \frac{2}{3}} < \frac{1}{2}$$

B - ג'מח המרחב הטעון.
 A - ק'יג'ת' של

* ק'יג'ת' אוניברסיטה מסביר שזה לא יהיה המרחב הניסוח.