<u>זהויות</u>

<u>הוכיחו</u> ש $n\binom{n-1}{k-1}=\binom{n}{k}k$

<u>הוכחה אלגברית</u>

אגף שמאל: $n\binom{n-1}{k-1}=n\cdot\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1))!}=\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}$

אגף ימין: $\binom{n}{k}k=\frac{n!}{k!(n-k)!}k=\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}$

<u>הוכחה באמצעות סיפור</u>

מתוך n אנשים, רוצים לבחור בועד שבו יש נשיא ועוד $k-1$ נציגים ללא תפקיד.

אגף שמאל: נבחר נשיא ומיתר $n-1$ החברים נבחר $k-1$ נציגים.

אגף ימין: נבחר ועד בגודל k וממנו נבחר נשיא.

<u>הוכיחו</u> $n(n-1)2^{n-2}=\sum_{k=2}^{n}\binom{n}{k}k(k-1)$

ראו גם את שאלה 9 מתרגיל 2 משנת 2008/09 .

<u>הוכחה</u> באמצעות סיפור

רוצים לבחור בועד שיש בו נשיא וגזבר ואולי חברים נוספים במספר לא מוגבל.

אגף שמאל: בוחרים בנשיא ואחר-כך בגזבר ולגבי כל אחד מהנותרים, מחליטים אם להכניס אותו לועד. כך יש 2^{n-2} אפשרויות לגבי היתר.

אגף ימין: בוחרים ב $k\geq 2$ נציגים ומהם בוחרים בנשיא ובגזבר. יש k אפשרויות לבחור בנשיא ומהנותרים יש $k-1$ אפשרויות לבחור בגזבר.

<u>הוכיחו</u> $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\binom{n}{n-k}=\binom{2n}{n}$

הוכחה באמצעות סיפור:

יש n בנים ו n בנות ורוצים לבחור מתוכם ב n נציגים.

אגף שמאל: חלוקה למקרים, אם בוחרים ב k בבנים, אז יש צורך לבחור ב $n-k$ בנות. k יכול לנוע מ 0 ועד n.

הערה

מכיון שמתקיים $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$, אז למעשה קבלנו גם את הזהות $\binom{2n}{n}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\binom{n}{k}$.

שאלה

מה מספר התוצאות האפשריות בהטלות של שתי קוביות שונות ?

פתרון: $6\cdot 6=36$ לפי כלל הכפל.

שאלה

מה מספר התוצאות האפשריות בהטלות של שתי קוביות זהות ?

הערה

כאן לא מבדילים למשל בין הזוג 2,5 לבין הזוג 5,2.

פתרון

יש $6=\binom{6}{1}$ אפשרויות לבחור בתוצאה אחת שתחזור על עצמה פעמיים כמו למשל: 1,1 או 2,2 או 6,6.

יש $15=\frac{6\cdot 5}{2}=\binom{6}{2}$ אפשרויות לבחור בשתי תוצאות שונות שיופיעו כל אחת פעם אחת.

לכן יש בסך הכל $6+15=21$ תוצאות אפשריות.
