

# משפטים מתקנים ומקדים פונקציות

נכון גם פונקציות פאלינאם וקופצנט נוסף יש קשר גלוי

פירוק

$$V(X+Y) = V(X) + V(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$$

ה-Cov מודד אינדיקציה קשר יש בין X ו Y, האם יש קשר  
 X ו Y הם קרובים כל עוד  $\text{Cov}(X, Y) = 0$ , אחרת  $\text{Cov}(X, Y) > 0$  כל  
 ה-3 הם זהים שני פונקציות מקדימ את הפירוק מקדימ  
 מקדים פונקציות, כאשר  $\text{Cov}(X, Y)$  כל אחד מקדם את

פונקציה או משתנה אולי מקדימ מובילת  
 $\text{Cov}(X, Y)$  מודד קשר בין X ו Y, אולי קרוב אולי

קדימ פונקציה תפסו קרובות, ויש משפטים אחרים קרובים C

$$\text{Cov}(aX, bY) = a \cdot b \cdot \text{Cov}(X, Y) = E[(aX - E(aX)) \cdot (bY - E(bY))] = a \cdot b \cdot [E[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))]] = a \cdot b \cdot \text{Cov}(X, Y)$$

מקדם אולי פונקציות משפטים של Cov. פונקציות מקדימ

פונקציות

אם X משתנה כל פונקציה פונקציה של X האם?  $V(X) \neq 0$   
 כן,  $G_X = \sqrt{V(X)}$ ,  $M_X = E(X)$

פונקציה

$$E(\hat{X}) = 0$$

פונקציה

$$E(\hat{X}) = E\left(\frac{X - M_X}{G_X}\right) = \frac{1}{G_X} (E(X - M_X)) = 0$$

פונקציה

$$V(\hat{X}) = 1$$

פונקציה

$$V(\hat{X}) = V\left(\frac{X - M_X}{G_X}\right) = \frac{1}{G_X^2} V(X - M_X) = \frac{V(X)}{G_X^2} = 1$$



$X$  של פונקציה אקספוננציאלית  $1/3N$ .  $X \sim \text{Bin}(2, \frac{1}{2})$  למד 13

$$\mu_X = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1, \quad \sigma_X = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\hat{X} = \frac{0-1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = -\sqrt{2} \quad \text{סל 0 פונקציה אקספוננציאלית של } X \quad \text{סל}$$

$$\hat{X} = \frac{1-1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = 0 \quad \text{סל 1 פונקציה אקספוננציאלית של } X \quad \text{סל}$$

$$\hat{X} = \frac{2-1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2} \quad \text{סל 2 פונקציה אקספוננציאלית של } X \quad \text{סל}$$

$$P(\hat{X} = -\sqrt{2}) = P(\hat{X} = +\sqrt{2}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{סל}$$

$$P(\hat{X} = 0) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

א"כ  $r(x,y)$   
 $r(x,y) = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sqrt{V(x)V(y)}}$

מכאן  $r(x,y)$  תלוי ב-  
 פ"ק"ת N

פונקציה רצף  
 פונקציה  $r(x,y)$   
 $r(x,y) = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$   
 א"כ

$\text{Cov}(\hat{x}, \hat{y}) = r(x,y)$

$\text{Cov}(\hat{x}, \hat{y}) = E(\hat{x}\hat{y}) - E(\hat{x}) \cdot E(\hat{y}) =$   
 $= E(\hat{x}\hat{y}) - 0 \cdot 0 = E(\hat{x}\hat{y}) = E\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \cdot \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}\right) =$   
 $= \frac{E((x - \mu_x)(y - \mu_y))}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = r(x,y)$

בהנחה קודם  $\hat{x}$  ו- $\hat{y}$  הם תלויים גאומטריים  
 (טריגונומטריה וינטרית), מכאן  $r(x,y)$  תלוי גאומטרי

- עצמים
- 1.  $-1 \leq r(x,y) \leq 1$
  - 2.  $\iff r(x,y) = 1$
  - 3.  $\iff r(x,y) = -1$
  - 4.  $\iff r(x,y) = 0$
- כאשר  $\sigma_x, \sigma_y > 0$  (השונות אינן אפס).

$\frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = 0$  s/c  $\text{Cov}(x,y) = 0$   $\frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = 0$

$0 \leq V(\hat{X} + \hat{Y}) = V(\hat{X}) + V(\hat{Y}) + 2 \cdot \text{Cov}(x,y) =$

$= 1 + 1 + 2r(x,y) = 2(1 + r(x,y))$

$r(x,y) \geq -1$  p.d

$0 \leq V(\hat{X} - \hat{Y}) = V(\hat{X}) + V(\hat{Y}) - 2 \cdot \text{Cov}(x,y) = 2(1 - r(x,y))$

$r(x,y) \leq 1$  p.d

$r(x,y) = \text{Cov}(\hat{X}, \hat{Y}) = \text{Cov}(\hat{X}, \hat{X}) = V(\hat{X}) = 1$

$r(x,y) = \text{Cov}(\hat{X}, \hat{Y}) = \text{Cov}(\hat{X}, -\hat{X}) = -V(\hat{X}) = -1$

,  $r(x,y) = \pm 1$  p/c  $r(x,y) = \pm 1$

$V(\hat{X} - \hat{Y}) = V(\hat{X}) + V(\hat{Y}) - 2 \cdot \text{Cov}(\hat{X}, \hat{Y})$

$V(\hat{X} - \hat{Y}) = 0$